

4 フォトニック結晶入門

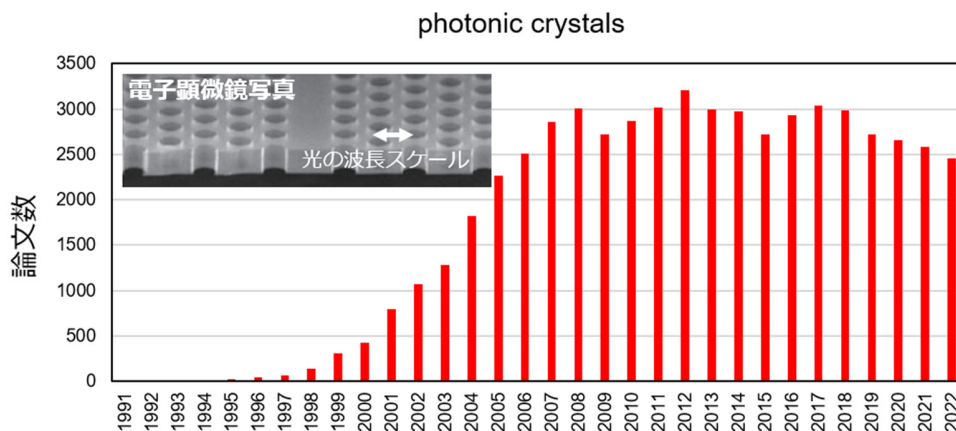
ここでの目標は、2次元フォトニック結晶の概要について理解することである。ただ、その前に1次元系から始めた方が理解を助けるので、1次元フォトニック結晶のひとつである誘電体多層膜について説明する。その後、2次元の我々がよく扱うフォトニック結晶に進む。また、2次元フォトニック結晶を用いて作られる導波路や共振器についても簡単に触れる。フォトニック結晶の物理は非常に広範に渡るので、ここではその一部（特に我々が設計や実験をする上で重要と思われる知見）にしぼっていることを断っておく。

フォトニック結晶とは

フォトニック結晶 (PhC: Photonic crystal)は1987年にYablonovitch [Phys. Rev. Lett. 58, 2059 (1987).] によって、「光に対する結晶」というアイデアが提案されたことに端を発する。結晶（周期的に並んだ原子）が作る周期的なポテンシャル中を運動する電子と、PhCによる周期的な屈折率分布中を運動する光（フォトン）を対応付けることが、PhCの基本的なアイデアである。これにより、光に対する「バンドギャップ」を実現できることが示され、その学理的な面白さや、応用の可能性から大きな注目を集めた。具体的には、PhCは光の波長程度のスケールで屈折率（ポテンシャル）が変調された構造を指す。特に、光学領域（1 μm 程度）の非常に小さいサイズで構造を加工する微細加工技術が21世紀になって急速に進歩してきたことに伴い、盛んに研究されるようになった。図は、NTTで作製されたPhCスラブの電子顕微鏡写真と、PhCに関して各年で出版された論文数の推移である。これは、Web of knowledgeというサイトで“photonic crystals” or “photonic crystal”で検索した結果である。現在では、他分野の人でも知っているほど、「フォトニック結晶」は有名である。

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗



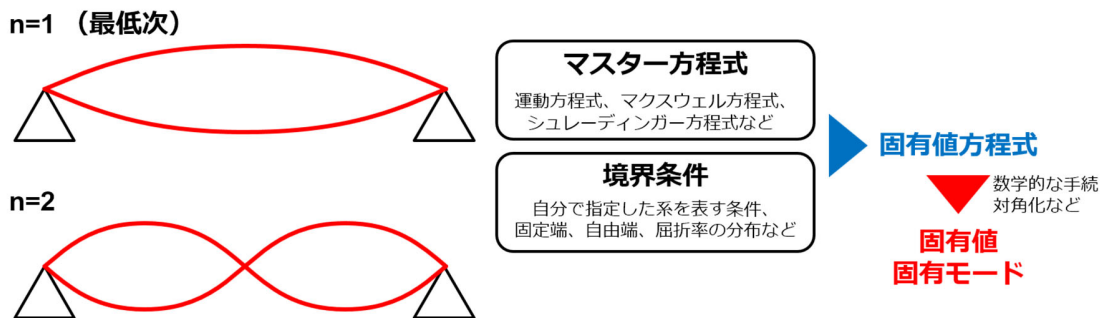
電磁固有モード

PhC の話に入る前に、「固有モード」という概念について触れておこう。これ以降、PhC の説明では基本的に、用意した系（システム）の中に許される電磁波の固有モード、「電磁固有モード」を調べていく。前章までは、用意した系に光を入射した時に何が起きるのか（どのように物質が応答するか）というイメージしやすい問題を扱ってきたが、これから調べる、「固有モード」は少し様相が異なる。なぜなら、固有モードは、入射波のような「光源」がなくても、系を設定するだけで計算できるからだ。

例を挙げよう。よく知られている固有モードに、ピンと張った弦の振動がある。図のような「振動モード」の絵をどこかで見たことがあるだろう。これは、弦という系を設定した時点で求まる固有モードである。つまり、弦を「どうはじくか」は、固有モードの計算には含まれていない。固有モードを求めるには、次のような手順をとる。まず、系を記述する「マスター方程式」を準備する。弦の場合は、連続体の運動方程式になる。そして、自分が設定した系を記述する条件式を用意する。このような式は一般に「境界条件」と呼ばれる。弦の場合は、「端で弦は動かない（固定端）」の境界条件を設定する。そして、これらを連立して、「固有値方程式」を得る。あとは数学的な手続に従って、固有値と固有モードを計算する。弦の場合固有値は、各振動モードの振動数（エネルギー）に対応し、固有モードは、弦の（空間的な）振動の仕方に対応する。多くの系は、複数の固有モードがあり、エネルギー（振動数）の低い順に名前（モード次数、mode index）をつける。弦の場合は「腹」や「節」の数を使って、次数を付けることができる。（図では腹の数を次数として用いた）

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗



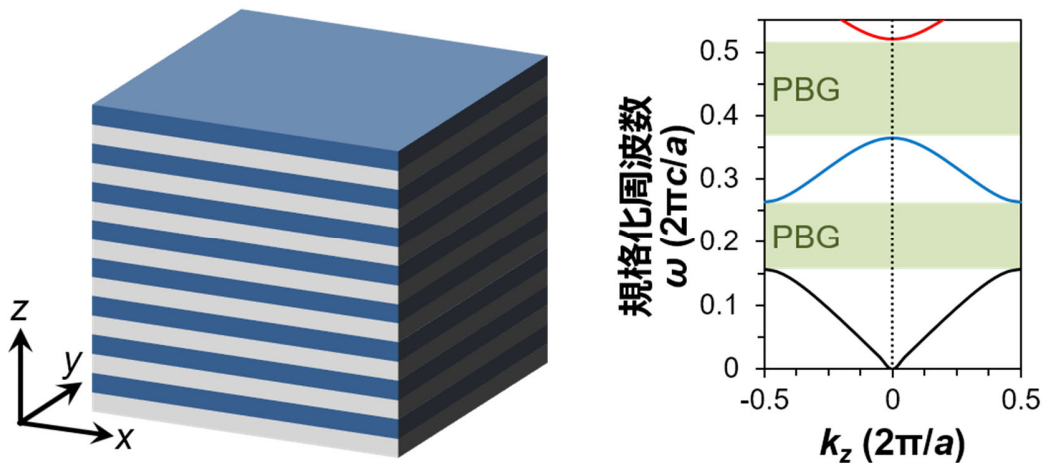
PhCのような電磁場の問題についても、流れを追っておこう。PhCの電磁固有モードを計算するにはまず、マスター方程式として、マクスウェル方程式を用いる。そして、境界条件は、屈折率（誘電率・透磁率など）の空間的な分布を設定する。（より一般には、時間的な分布もあり得るが、通常的光学結晶では、時間的に不変な構造を扱うことが多い）これらから、固有値方程式を得て、固有モードを計算する。PhCのような周期的な構造の場合は、計算される固有モードを波数ごとにグループ分けできるので、波数ごとに固有値と固有モードを計算することが多い。そのようにして各波数で計算した固有値（周波数）を、横軸波数、縦軸周波数でプロットしたものが、バンド図となる。

1 次元 PhC・誘電体多層膜

もっとも単純なフォトニック結晶(PhC)は、図のような、異なる誘電体を交互に積層した「誘電体多層膜」である。これは、古くから研究されてきており、実際にフィルタ等の製品として世に出回っているものである。PhCのアイデアが生まれる以前から存在していたものであるが、PhCの観点で見れば、誘電体多層膜はもっとも単純な「1次元」PhCである。論文などでも、1D PhCと書かれている場合もあれば、Dielectric multilayer等と表記されこともあり、その研究のコンテキストによって呼び名が変わっていることがあるので注意したい。（1次元のグレーティング構造も1次元PhCと呼ばれることがある）この1次元PhCは、PhCの物理を理解するのに役立つので、まずこれを扱うことでPhCについて理解を深めよう。1D PhC（多層膜）の物理は、薄膜干渉で学んだように各層の境界で起こる多重反射によって理解される。PhCにおける様々な物理現象の根源は、多重反射（と干渉）によるものである。（これは、2次元PhC、3次元PhCの場合も、基本的には変わらない）

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗



誘電体多層膜のフォトニックバンド

ここではまず、積層方向（多層膜の周期方向、ここでは z 方向）に進行する電磁波のモードを考える。PhCのアイデアは、結晶中の電子に対する光のアナロジーを考えることであった。つまり、結晶（周期的に並んだ原子）が作る周期的なポテンシャル中を運動する電子と、フォトニック結晶による周期的な屈折率（誘電率）分布中を運動する光（フォトン）を対応付けて理解することである。そこで、固体物理のアイデアであるバンド図の概念を光に対して適用したフォトニックバンド（分散関係）を考える。

図の右側は、（やや非現実的ではあるが）空気($n=1$)とシリコン($n=3.48$)の多層膜に対して計算したフォトニックバンド図である。空間的に周期的なポテンシャル中の現象は、空間の振動数である波数によって特徴づけられるため、横軸を波数にとり、各波数においてどのようなエネルギー（周波数）の光が許されるのかを表している。ここで、縦軸の周波数も $2\pi c/a$ で規格化しているのは、屈折率に周波数分散がない（一定値）の場合は、バンドの形は PhC の周期 a に依存せず同じ形になるためである。固体物理のバンド理論によれば、第1ブリルアンゾーン (BZ) 内のバンドを見るだけで、その系が持っている情報を全て含んでいる。そこで、バンド図は第1BZ内のみを書くのが通例となっている。第1BZは、逆格子ベクトルを用いて定義されるので、フォトニック結晶においても周期の逆数を用いて波数が規格化される。

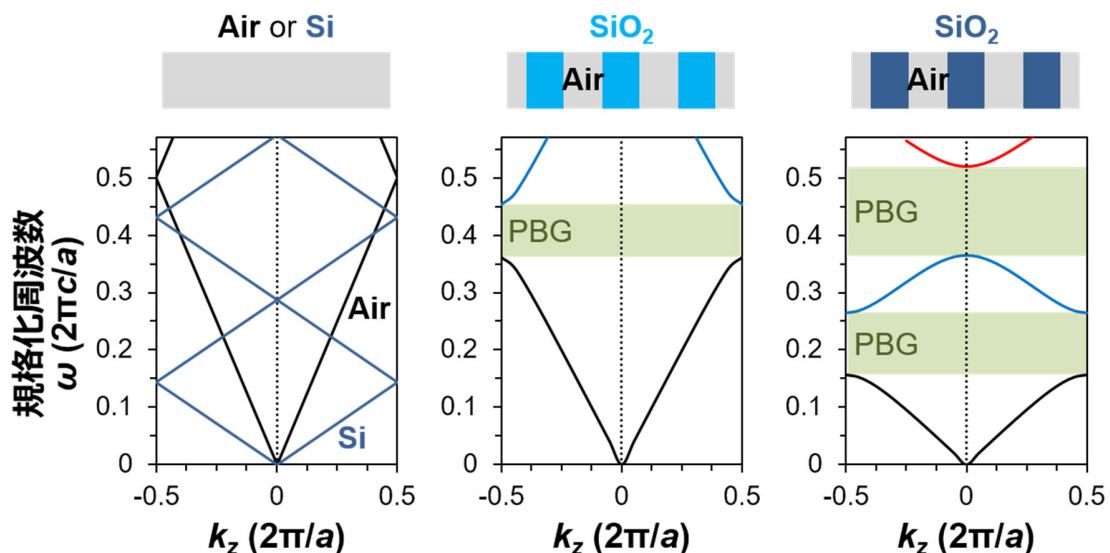
多層膜のバンドについて見ていこう。下から、黒、青、赤でバンドを描いているが、これは通常下から、第一、第二、第三バンド、などと呼ばれる。さらに注目したいのは、どの波数においてもモードが存在しない周波数、すなわちバンドギャップ（禁制帯）が存在していること

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

である。これは、光版のバンドギャップなので、フォトニックバンドギャップ (PBG: photonic band gap) と呼ばれる。このような、絶縁体のバンドのような構造をもつため、フォトニック結晶は光の絶縁体と呼ばれることもある。光の絶縁体とは、つまり、その周波数帯の光は、PhC 内に存在できない (外から進入できない) ことを意味しており、これが PhC の特徴である。

ここで、物理的な話に入る前に、バンド図いくつか見て見慣れておこう。ここでは3種類のバンド図を描いた。左は、空気 or シリコン中の分散関係をバンド図上に描いたものである。つまり、分散関係 $\omega=ck/n$ を描いたものだ。これは厳密に言えば、バンド図とは言えない。なぜかという、これはあくまで「均一な」媒質中の分散関係を描いているのであって、BZ 端における折り返しは、仮想的なものだからだ。ただ、PhC の場合と比較して、PBG がない、と言う点が分かりやすく描かれている。このように周期構造がない場合には、PBG はない。中央は石英 (SiO_2) と空気の多層膜、右はシリコンと空気の多層膜のバンド図である。どちらも PBG があることがわかるが、PBG の (周波数方向の) 大きさに違いがある。(ここで PBG の大きさは、周波数範囲 \div 中心周波数で規格化して比較すべきものである) 一般に、屈折率のコントラスト (差) が大きい方が、大きな PBG を形成できる。実は PBG が大きいほど、さまざまな応用に有利なため、このような特性は重要な意味をもつ。

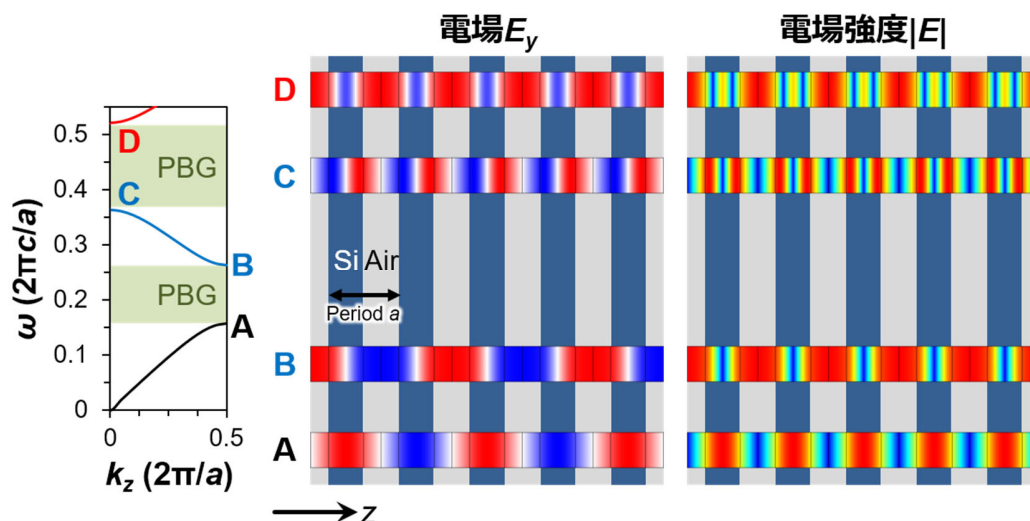


ここまでバンド (固有値、固有周波数) をみてきたが、電磁場 (固有モード) の方も見ていこう。特に PBG になるところ (バンド端) でどのようなモードが形成され、それがどう PBG

更新日 : 2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

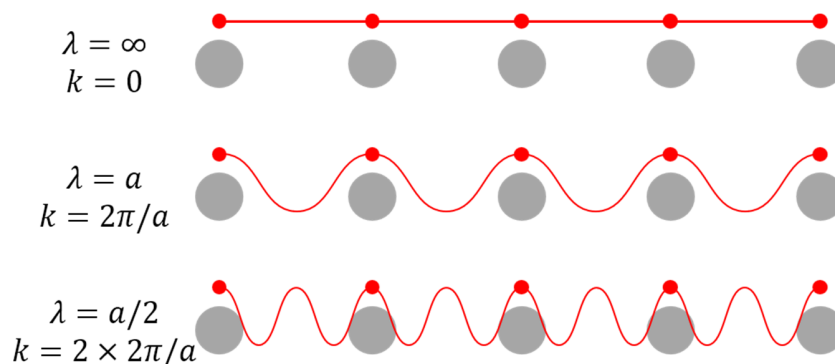
の形成につながるのかを理解しておくことは重要である。ここでは、空気/シリコンの多層膜を再度考える。図は、バンド端 (band edge) A~D における、電場 (x、または y 方向の電場) と電場強度 (電場の絶対値) を、実空間上にプロットしたものである。まず、A と B の電場をみると、山 (赤いところ) と谷 (青いところ) が、周期ひとつ分ごとにくりかえしている。これは二つのモードが同じ波長、つまり波数をもっていることと整合する。また、波長が $2a$ なので、波数になおすと $2\pi/2a = \pi/a$ となり、確かにブリルアンゾーン端の波数と一致している。A と B の重要な違いは、山 (谷) の位置である。A ではシリコン層で、B では空気層で振幅が大きくなっている。一般に、屈折率の高い部分に電磁場あると、そのモードの固有周波数は下がる。そのことを踏まえると、同じ波数であるにもかかわらず A と B で固有周波数が異なることが理解できる。また、電場強度を見ると、電場振幅をそのまま 2 乗した分布となっている。これは、A B のモードが定在波であることを意味している。定在波は、反対方向に向かうふたつの波が重なった結果、進行せずにその場で振動する波のことである。ブリルアン端では、層界面で反射されることで生じた $\pm z$ 方向に進行する波がちょうど重なることで、このような定在波が形成される。このような定在波が、界面による反射と干渉で形成されることを考慮すると、実はブリルアン端の波数 (波長) をもつ定在波は A と B の 2 種類しか許されない。(中途半端な位置で大きな振幅をもつ定在波はありえない。もし存在すれば、A と B の間の周波数にモードが存在することになる) これが、フォトニックバンドギャップが生じる物理的な起源である。



更新日 : 2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

ついでに、第2バンドと第3バンドの間のPBGとバンド端のモードC、Dについても見ておこう。C,DからなるPBGは下から数えて、2番目なので第2BGと呼ばれる。C、Dでは、周期一つ分に振幅の大きい腹がふたつある。つまり、波長はA、Bの倍であり、波数は $2\pi/a$ となるはずであるが、波数が0のところプロットされている。これは、まさに結晶であることによる効果で、周期aの結晶では波数0と $2\pi/a$ （の整数倍）は「同じ」なのである。図では、格子点位置の赤い点を見ると、これらの波数では全く同じであることがわかる。そのため、原子からするとこれらのモードの波数は区別できない。

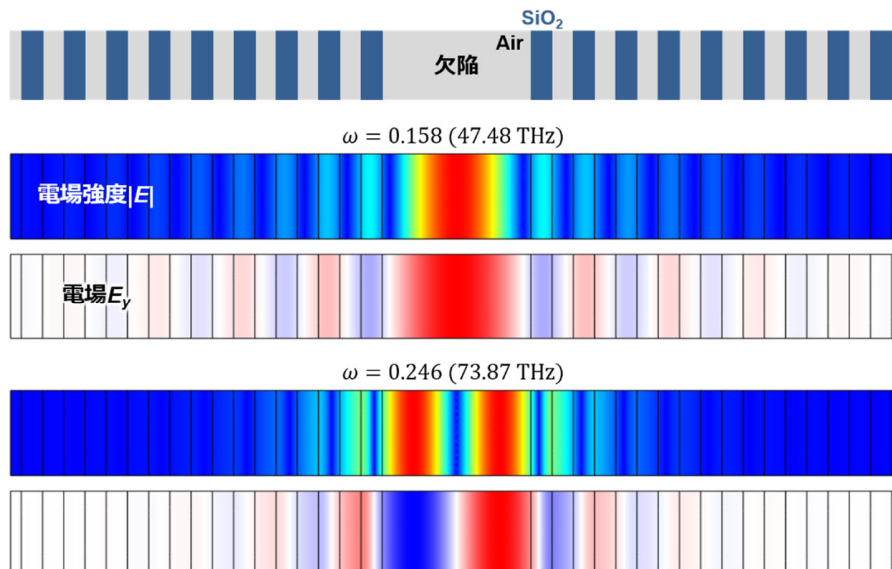


PhCにPBG中の周波数の光を入射すると、PhC中に光は進入できず全て反射され、PhCの中ではエバネッセント波として減衰する光になる（全反射の時と同じ状況）。このとき、上下のバンドエッジから周波数的に離れているほど（PBGの中心に近いほど）、より強く（短い距離で）減衰する。PhCはバンドギャップ中の光に対しては高反射のミラーとして働くので、PhCで囲まれた領域は共振器になる。この時、BGの大きなPhCを使うほど、光が短い距離で減衰するので、よりモード体積の小さい（閉じ込めの強い）共振器を実現できる。共振器以外の応用についても、一般に大きなPBGの方が有利な場合が多い。ここで、「大きい」というのは、あくまで比較の問題であって、使用する実験条件や応用先によって必要なBGの幅は変わる。PBGの起源を理解すると、大きなBGを得るためには、バンドエッジの上下のモードの周波数差（エネルギー差）を大きくすればいい。具体的には、屈折率のコントラストを大きくしたり、各層の幅の比を調節したりすることで実現される。

欠陥における局在モード

ここまでの理解を基に、多層膜のPBGを利用した局在（欠陥）モードについて見ておこう。局在モードは、これまで考えてきた周期的な多層膜の一部に「欠陥」を導入することで実現さ

れる。例えば、途中の一層のみの厚さや屈折率を変えれば、その部分だけ周期性が乱され、「欠陥」を作ることができる。PBG 中の周波数をもつ光にとっては、完全に周期的な部分は、完全なミラーとして働くため、光は欠陥部に閉じ込められる。これはちょうど、量子力学で学ぶ、井戸型ポテンシャル中の波動と同じ状況である。そのため、光の状態は量子化し、取り得るエネルギーは離散化される。図は、21 周期の多層膜において、中央の三つのシリコン層をなくした構造である。図のように、この系では欠陥に局在したモードが確認でき、その固有周波数は確かに、PBG 中の周波数になっていることがわかる。ここでは、図の上下方向に進行しない波（膜方向の波数がゼロ）を示しているが、有限の波数をもつ場合は、欠陥層を導波する局在モードになる。ちなみに、そのような導波モードは、後に紹介する 2 次元 PhC の線欠陥導波路等で利用される。



2次元フォトニック結晶

ここまで、誘電体多層膜を題材に PhC の理解を深めてきた。ここからはいよいよ、我々が最もよく扱う 2 次元 PhC を扱う。2 次元 PhC は、多層膜とは異なり、「ふたつの方向に」周期性をもつ PhC である。ブリルアンゾーンも 2 次元に拡張され、周期性のある面内で任意の方向への伝播を考えていくことになる。

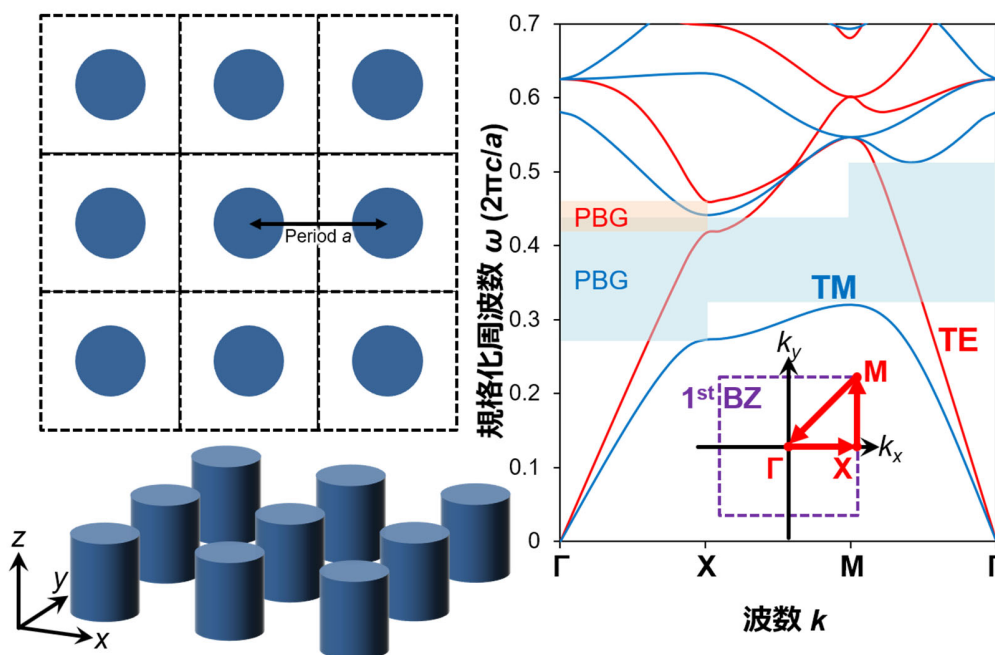
詳しい内容に入る前に、「フォトニック結晶」という言葉の使われ方について述べておく。単に「フォトニック結晶」と言う場合には、2 次元 PhC を指すことが多い。それは、光操作機能

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

の自由度の高さと実装（作製）のしやすさとのバランスが優れていることが一番の理由と考えられる。（これはもちろん現在の作製・測定技術で、ということである）単純に考えれば、3次元 PhCのほうが設計の自由度が高いのでより興味もたれそうであるが、3次元構造は一般に作製が難しく、特に光領域で動作する3DPhCを作るのは非常に難しい。また、実は3次元 PhCを用いずとも、十分に高い誘電率の材料スラブを用いれば、全反射によってz方向（厚さ方向）は十分に光を閉じ込めることができるため、2次元 PhCでたいのことができてしまうのだ。また、現在の作製技術を用いれば、半導体（シリコン）の2次元 PhCの作製は現実的な労力で可能である。

ピラー型正方格子 PhC



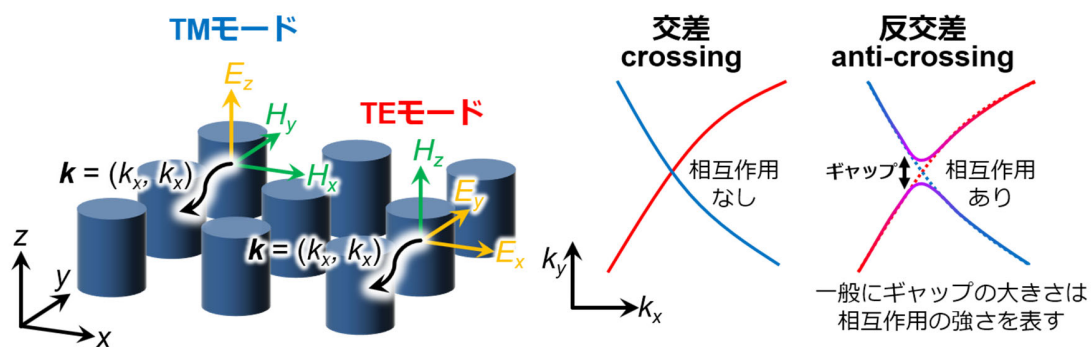
はじめに、ピラー型の正方格子 PhC を題材にして 2 次元 PhC について学んでいこう。ピラー型とは、ピラーと呼ばれる誘電体柱が周期的に並んだ図のような構造を指す。また、正方格子は、ユニットセルの並び方の種類であり、格子点が正方形に配置されていることを意味する。ここでは、議論を単純にするために、z 方向に無限に長いピラーを考えよう。このような構造は、z 方向に完全に一様であるため、2 次元モデルの計算（シミュレーション）によって解析

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

することができる。図の右側は、屈折率 3、半径 $0.2a$ の誘電体円柱に対して計算したバンド図である。このバンド図について順を追って説明していこう。

まず、このバンド図には、それぞれ、TM モード、TE モードと呼ばれる 2 種類のモードのバンド図が描かれている。2次元 PhCの x 、 y 面内を伝搬する光を考えると、 z 方向（厚さ方向）が完全に対称な構造であれば、鏡映対称性によりモードをふたつの異なる偏光に分離できる。図のように、横電場（TE）モードは面に対して垂直な磁場（ H_z ）と面内の電場（ E_x, E_y ）をもつ。一方、横磁場（TM）モードは面に対して垂直な電場（ E_z ）と面内の磁場（ H_x, H_y ）をもつ。自由空間の光と大きく異なるのは、自由空間の光が完全な横波であった（振動場が伝播方向と完全に垂直）のに対し、PhC 中では、伝播方向成分の場が存在する（縦波成分がある）ことである。従って、自由空間で定義した TM,TE (p, s 偏光) と、PhC 内の TM,TE は定義が異なる。一般に、TE と TM に対するバンドは全く異なるものになるため、PhC の研究では偏波に気を配ることが重要である。



次に、2次元周期系のブリルアンゾーン（BZ）について説明しよう。非常に単純だった1次元周期系（多層膜）の時と比べて、2次元ではBZが2次元に拡張され複雑になる。とは言っても、正方格子の場合は、BZも逆格子空間で同じ正方形になるため、比較的わかりやすい。ここで、BZを表す図をみると、 Γ （ガンマ）とかMとか記号が振ってある。これは物性物理で伝統的に使われている、波数空間において対称性の高い点につけられている名称である（慣れるしかない）。 Γ 点はBZの原点を表す記号であり、それ以外では、X、M、K点あたりがよく出てくる。（K点は、三角格子、ハニカム（六方）格子などであらわれるため、今回のような正方格子では現れない）先に述べたように、バンドの情報はBZ内を見れば、全ての情報が入っているのだが、さらに二次元系では、対称性から、BZ内の一部分を見るだけでよいことが知られている（この一部のことを、既約ブリルアンゾーンと呼んだりする）。正方格子の場合

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

は、 Γ -X-M からなる三角形の領域が既約 BZ なので、そこだけを見れば十分である。一般に、PhC のバンド構造を知るためには、既約 BZ をなぞるようにすると見やすい。そのため、バンド図の横軸が、 $\Gamma \rightarrow X \rightarrow M \rightarrow \Gamma$ となっているのだ。既約 BZ をなぞるバンド図は、特に PBG の様子を知るために優れているが、実際の研究では、この線上の情報だけでは不十分なこともある。そのような場合には、特定の周波数における波数の k_y, k_x 平面内でのバンドの様子を描く「等周波数面」が用いられる。

さて、バンド図の見方がわかったところで、2次元 PhC のフォトリックバンドの特徴を見ていこう。まず、 $\Gamma \rightarrow X$ のバンドを見てほしい。TM、TE とともに、第 1 第 2 バンドは、誘電体多層膜の時と似たバンド形状になっている。これは、ある意味当たり前で、 Γ -X 方向に進む波に関しては、多層膜の時とほとんど同じ状況になるからである。次に、TM モードを見てみると、大きな PBG が開いていることに気づく。 Γ -X 方向だけでなく、あらゆる方向で BG が空いている。このような BG は、TM モードに関する完全 BG と呼ばれる。この周波数の (TM の) 光は、PhC 内に進入できないため、どんな角度で入射しても完全に反射される。誘電体多層膜のような 1次元系の場合は、実は斜め入射に対しては BG が閉じて光の進入を許してしまうのだが、2次元 PhC を使うことによってこのような完全 BG を実現できる。TE モードについては、 Γ -X と Γ -M 方向には BG があるものの、X-M 方向では BG が開いていない。一般に、ピラー型の場合は、TM モードの方が、大きな PBG を作りやすい。これは、TM 第 1 バンドのモードが誘電体ピラー部に強く閉じこもる性質をもっているからである。一方、第 2 バンドでは、空気部にたまっているため、大きな屈折率コントラストを感じることで PBG がおおきな形成される。一方、TE では、面内に電場があるため、異種界面における電束密度の連続条件に、どうしても電場が誘電体と空気部の両方に浸みだしやすい。そのため、コントラストができず、PBG も形成しにくい。

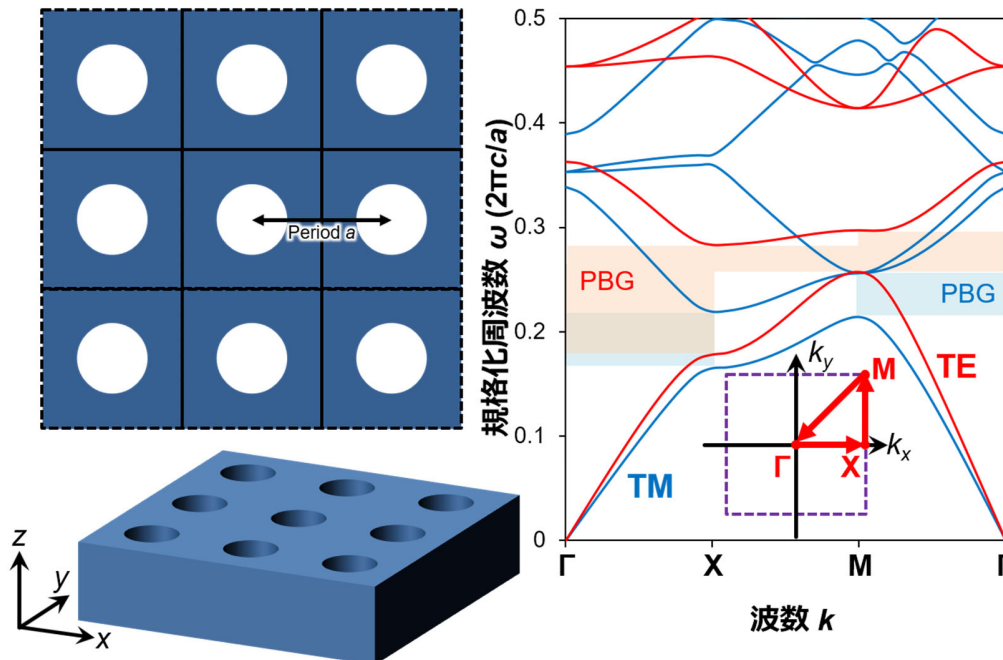
この構造に限らず、一般的なフォトリックバンドの性質として、対称点 (Γ 点や M 点等) のモードは定在波になることが多い (例外もある)。定在波とは、逆向きの波数をもつ波が重なった結果、その場にとどまって振動するよう見えるモードであり、群速度がゼロになる。群速度とは、バンドの「傾き」で定義される光の速度を表す量であり、群速度ゼロの定在波ではバンドが平らになることを意味する。定在波は普通共振器を用いて生成されるが、PhC を用いると特定の周波数 (バンドエッジ) で定在波を生成でき、これはレーザー発振など利用される。

更新日 : 2023/5/31

ナノフォトリックスゼミ 森竹勇斗

最後に、 z 方向の対称性がない場合について触れておこう。バンドをよくみてもらうと、TM と TE のバンドは、互いに「交差 (crossing)」していることがわかる。これは、交点の周波数と波数をもつ TM と TE が同時に PhC 内に存在していても、互いに混ざることなく各々が独立に存在できるという物理的状況に対応する。一方、 z 方向の対称性がなんらかの理由で壊れてしまった場合、TE、TM は独立ではなく相互作用して、バンドは反交差 (anti-crossing) する (↑図参照)。実際に作製される PhC では、 z 方向の対称性が完全にはない場合が多い。例えば SOI と呼ばれるウエハを用いる場合には、スラブとして用いるシリコン層の下に SiO₂ (BOX) 層があるため、空気/シリコン/SiO₂ のような層構造になることがあるため、対称性が破れている。また、もっと細かいことを言えば、エッチング (削る加工のこと) でつくられた構造は、普通少し傾きをもっているため、わずかに z 方向の対称性を崩す。ただし、これらの影響が、十分に小さいと見做せるような場合は、PhC 内のモードを TE, TM に完全に分けて議論することが多い。この場合、TE-like, TM-like モードと言った言葉が用いられることがある。また論文によっては、これらの like を省いてしまって、実際には混ざっているにも拘らず TE、TM と呼んでしまうことも少なくない。つまり、論文などで TE, TM という表記を見つけたら、それらをどういった意味で用いているのかを、しっかり理解することが重要である。

スラブ型正方格子 PhC



続いて、スラブ型について見ていこう。スラブ型は、薄膜のスラブに穴が周期的に空いている構造である。図の右側は、屈折率 3.5 のスラブに、半径 $0.4a$ の円形空孔を開けた構造に対して計算したバンド図である。ただし、ここでも、厚さ方向は無限として計算している。一般に、スラブ型はピラー型と相補的な役割を果たす。つまり、スラブ型では TE の PBG が形成しやすい。

ピラー型とスラブ型

既に見たように、ピラー型では TM モードが、スラブ型では TE モードが、最も低い周波数帯で BG をもちやすい（もちろん誘電体部と空気部の比率に依存する）。一般に、狭い周波数帯に多くのモードが存在している高次バンドは、解析や実験が難しいため、比較的各バンドが独立していて、解析や実験がしやすい低次のバンドが研究に用いられることが多い。実験的には、入射光（レーザー）の波長（周波数）と偏光を選ぶことで、PhC 内のどのモードを励振するかをある程度決めることができる。特に、特定の周波数にモードがひとつしかない「シングルモード領域」では、選択的にモードを励振することが可能である。一方、特定の周波数に複数のモードがある「マルチモード領域」では、一般に選択的に励起ができないため、現象が複雑

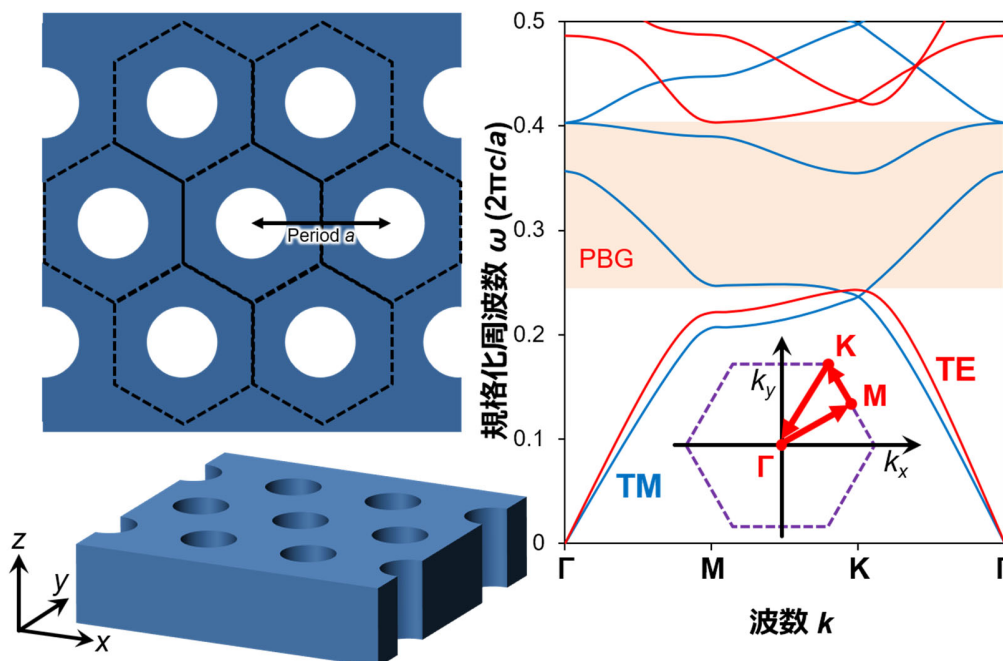
更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

になることから実験的には避ける場合が多い。そういった事情で、低次のモードが使いやすい。このように実験的には特定の偏光（TEやTM）を選ぶことができるため、自分たちが興味のある偏光のモードのみしかバンド図に描かないことがよくあるが、どのような構造でも、一般にTEとTMモードの両方が系に存在することを忘れてはならない。

ここまで見てきたように、2次元 PhC は大きく、ピラー型とスラブ型に分けることができる。光学領域（可視～近赤外）で動作するような PhC は数百 nm の周期をもつことが多いため、ピラー型のような（宙に浮いたような）構造を作るのは現実には難しい。一方で、スラブ型は、基板（スラブ）にリソグラフィとエッチング等の技術を用いて穴を空けるだけなので、比較的作りやすい。また、基板の厚さについても、ピラー低次 TM モードを使う場合、400 nm 以上の比較的厚い基板を使う必要があるのに対して、スラブ低次 TE を使う場合は、200 nm 程度の比較的薄い基板で実現できる（加工は基板が薄いほどやりやすい）。そういった理由から、世の中の PhC の実験的研究はスラブ型であることが多い。一方ピラー型の方は、それぞれの誘電体柱に電磁場が局在するために、各誘電体柱を原子のように見なすことができ、電子物性の世界でよく用いられるタイトバインディング（強束縛）モデルによって系をよく記述することができる。そのため、PhCの性質の理論的な解析では、ピラー型がよく用いられる。そういった事情から、多くの理論の論文はピラー型を用いるため、実験家としてはそれをスラブ型に焼き直すことがよく行われる。基本的に、ピラー型が持っている特徴は、スラブ型になっても引き継がれることが多いので、ピラー型理論の実験をスラブ型によって行うことができる。

スラブ型三角格子 PhC



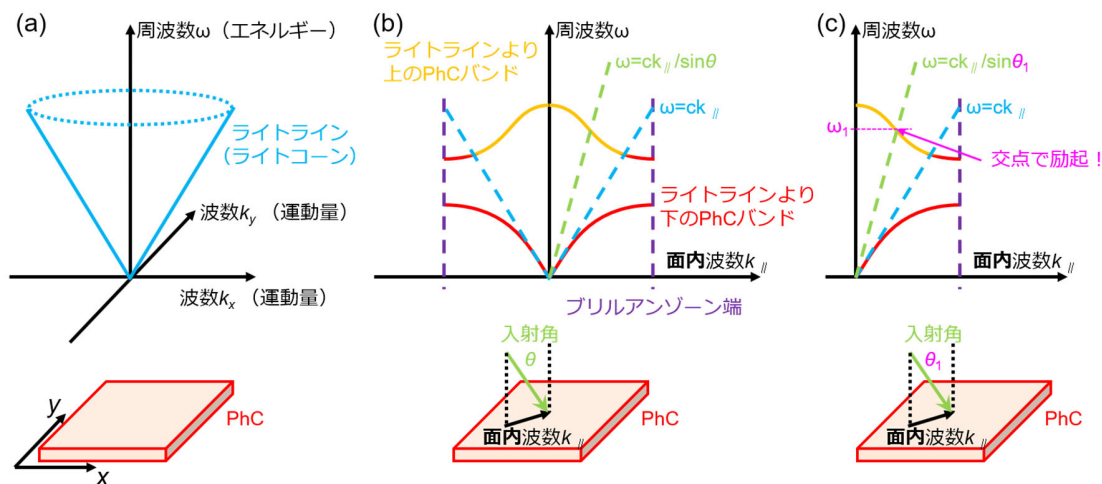
最後の例として、おそらく PhC の研究で最もよく用いられる、スラブ型三角格子 PhC を紹介しよう。三角格子は、図のようにユニットセルが六角形で、格子点が正三角形の頂点に位置している。図の右側は、屈折率 3.5 のスラブに、半径 $0.4a$ の円形空孔を開けた構造に対して計算したバンド図である。バンド図を見ると、TE 大きな PBG ができている。構造のパラメータや、バンドの軸は、ひとつ前のスラブ型正方格子とそろえてあるので、比べてみてほしい。このように巨大な BG が作れることが、スラブ型三角格子がよく用いられる理由である。また、空孔の半径を適切な値に設定すると、TE・TM の両方で重なる完全 BG を作ることもできる。そのような構造は、どんな偏光、どんな向きの光でもはねかえす、完全な光の絶縁体となる。応用上は、このスラブ型三角格子 PhC に、欠陥構造を導入することで、光導波路や光共振器などを実現することができる。三角格子の BZ はやや複雑である。一見、ユニットセルと同じ六角形なのだが、「向き」が異なることに注意しよう。また、正方格子では現れなかった、3 回回転対称性をもつ K 点があられる。K 点の TM 第 1、第 2 バンドを見ると、他の対称点とは異なり「X 字」に交わる「ディラック点」があることがわかる（グラフェンの物理を知っている人はなじみ深いだろう）。通常、対称点ではバンドが平らになることが多いため、これは非常に特殊で、三角格子やハニカム格子の K 点に特徴的なバンド分散である。

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

面外入射からの励起

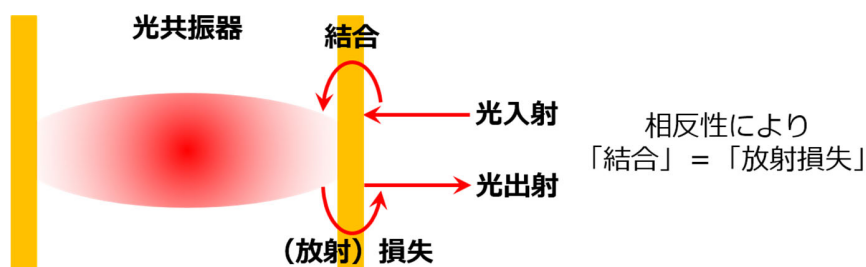
ここまで、2次元 PhC のバンド図を見てきた。ここでは、PhC 内のモードをスラブ面外からの入射光で励起する状況を考えてよう。励起(excitation)とは、外部刺激によって系内にモードを形成する（モードを「たたせる」と言う）ことである。今の場合、PhC 外から、光を入射して、PhC 内の（固有）電磁モードを実際に出現させることを指す。この励起を考える上でも、バンド図が役立つ。さて、励起光である入射光の分散関係を復習しよう。図(a)のように軸を取ると、PhC 面内には並進対称性があるので、その波数でライトラインを描くことにする。すると、図のように、円錐状の分散関係「ライトコーン（光円錐）」になる。自由空間から PhC 内に斜めに入射する光は、必ずこのライトコーンの内側（円錐表面より高い周波数領域）に対応する、周波数（エネルギー）と波数（運動量）をもつ。図(b)において、赤（と橙）PhC のバンドを描いている。このバンド（分散関係）の物理的意味を復習しておこう。周波数は時間と紐づいた量であり、光のエネルギーを表す。一方、波数は、空間と紐づいており運動量を表す。つまり、バンドとは、光が取り得るエネルギーと運動量のペアをあらわしている。逆言えば、それぞれは勝手な値を取ることはできず、密接に関係しあっている。



モードを励起するためには、エネルギーと（面内）運動量がともに保存していなければならない。つまり、バンド図上で、入射光の分散と PhC バンドが「交点」をもたなければならない。図(c)のように、スラブ外から光を入射して PhC 内部のモードを励起することを考える。この時入射する周波数は自由に選べるような光源を用いることにする（ここでは ω_1 ）。面内波数は入射角 θ を選ぶことによって変えることができる。 θ を大きくするほど、面内方向の波数

は大きくなるので、ライトラインは黄緑線のように \sin の逆関数の傾きをもつ。ここで、角度 θ_1 の時、黄緑色の線と橙色の線が交点をもつ、つまり ω_1 の周波数をもつ光を角度 θ_1 で入射すると、このモードを励振することができる。ここで重要なのは、 θ を大きくしていった最大 90° になっても、水色のライトラインより下の傾きをもつことはできない。つまり、ライトライン（水色）よりも下のモード（赤色）とは（どんな周波数を選んでも）運動量保存を満たすことができない=励起できないことを意味する。逆にライトラインの上のモード（橙色）は、励起可能ということになる。ここで、面内運動量の保存が要請されるのは、もちろん PhC が二次元周期性をもち、 x, y 面内で並進対称性をもつためである。

ここで、「放射損失」というものを説明したいのだが、そのためにまずモード間の「結合」について考えよう。結合とは、あるモードが別のあるモードに変換される（エネルギーを受け渡す）ことである。先ほど議論した「励起」とはつまり、外部光と固有モードとの間の「結合」のことだったのだ。したがって、PhCの固有モードが入射光で励起可能である時、その固有モードは入射光と結合する（結合をもつ）と言う。ちょっとややこしいだろうか。具体例を出そう。ここで図のような光共振器を考える。このような共振器は、レーザ発振にも用いられると述べたが、レーザを取り出すためには、実は左右の鏡のうち一方は「部分反射」である必要がある。部分反射とは、反射率が100%より少し小さく、その分透過率が少しある状況だ。この時、右側のミラーは、透過率が少しあるのだから、逆に右側から光を入れると、光共振器内に光をこことができる。これが、入射光との結合だ。光が入射できるということは、逆に光が共振器から出ていってしまうことも可能だ。これは、共振器の立場からすれば「損失」である。特に、熱などではなく、光としてエネルギーが漏れる場合、「放射損失」と呼ぶ。



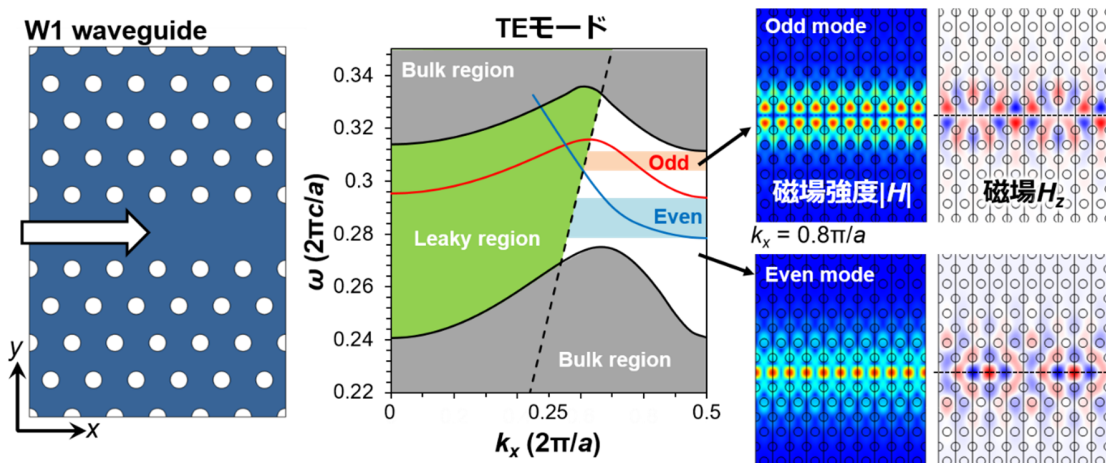
上で見たように、結合と放射損失は、常に表裏一体である。そのため、一般にライトライン（ライトコーン）より上にあるモードは、放射損失をもつ。つまり、励起によりその固有モードを形成しても、そのまま放っておくと、放射として光が自由空間に逃げていってしまう。ただし、励起の可否は、ライトラインとの位置関係だけでなく固有モードの対称性でも決まるた

め、「放射損失がある→ライトラインより上」は成り立つが、逆は成り立たない。(対称性については、ラマン分光等ででてくる光学許容・光学禁制と同じ話である)

ちなみに、COMSOL 等の数値計算で固有モードを計算した際に、放射損失は固有値の「虚部」として計算される。(虚部がなければ放射損失ゼロ) ただし、放射損失は、空気中におかれた有限の厚さをもつ PhC を 3 次元モデルで計算した場合のみ計算される。2D 計算(厚さが無限)の場合は、PhC の「外」という概念が存在しないため、系 s 何される固有値は、ライトラインの上のモードであっても、常にゼロである。

欠陥による導波路・共振器

PhC は BG 中の周波数の光に対して鏡としてふるまう。その性質を利用すると、2DPHC に様々な光機能をもたせることができる。欠陥を用いた機能として、導波路と共振器がある。PhC の特定の「列」に欠陥を入れる(つまり、ピラー型の場合はピラーをなくす、スラブ型の場合は穴をなくす)と、その部分では光の伝播が許される。すると、(シングルモード) 光ファイバのように、光を導波する導波路になる。また、特定の穴のみをなくすと、その部分は光がとどまる共振器になる。共振器では、光の滞在時間が長いため、そこに別の材料を置けば、光と物質とが強く相互作用しあう。

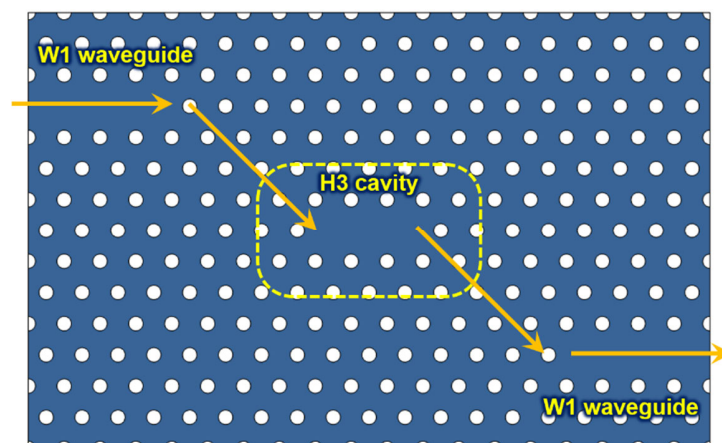


図は、PhC の導波路でもっともよく用いられる「W1」導波路と呼ばれる構造である。Γ-K 方向に導入した線欠陥の幅「W」idth が格子「1」つ分の欠陥から形成される導波路という意味である。2 列欠陥を入れれば W2 導波路になる。この構造は x 方向に周期性があるため、 k_x を用いてバンド図を描くことができる。右図の赤線と青線は、TE 導波モードのバンドを示し

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

ており、周期系（バルク）のバンド時と同じように特定の分散関係をもつ。ここで、赤は Odd、青は Even のモードを表している。導波路の中心に対して「奇」の対称性（反対称）をもつ場合を Odd、「偶」の対称性（対象）をもつ場合を Even とする。灰色の領域は PhC 内に広がるモードの領域であり、バルクモードと呼ばれる。この計算は二次元シミュレーションの結果であるが、現実の 3 次元構造の場合は z 方向（基板の厚さ方向）へ光が逃げていくモードは導波路として使うことができない。従って、ライトラインより下にあるモードのみが、実際に導波路として使用できるモードになる（ライトラインより上は、空気中に漏れていくので、leaky mode と呼ばれる）。また、導波路として使用可能な領域において、さらに単一のモードしかない周波数領域「シングルモード領域」をそれぞれの色でしめしている。この、周波数を導波路に入射すると、特定の導波路モードしか励振されないため、測定や解析が容易になりやすい。



PhC の特定の「部分」だけに欠陥を入れた場合は、光共振器として働く。この場合、光は導波せず、共振器内を行ったり来たりする。PhC 共振器では、光を小さな領域に強く閉じ込めることができるため、他の材料と組み合わせることで通常のデバイスではできない様々な機能を実現できる。ちなみに、共振器も様々な形状があり得るが、図のような共振器は「H」all（穴）を「3」つ欠陥させたものという意味で、H3 共振器と呼ばれる。穴が 1 つだけ欠損していれば H1 共振器である。また、光が欠陥部に局在するとき、欠陥部の「外側」にも有限の「漏れ（近接場）」をもつ。この漏れ具合は、これまで学んだように PhC のギャップの大きさに関係がある。図では、その近接場同士が重なるように設計することで、W1 導波路と H3 共振器を

更新日：2023/5/31

ナノフォトニクスゼミ 森竹勇斗

「結合」させている。つまり、導波路に光を投入すると、いくらかは中央の共振器に光が伝わり、さらにその一部は出力側の導波路に伝わる。このようなデバイスを用いると、出力光の強度等を見ることで共振器の特徴（共鳴波長やQ値等）を調べることができる。こういった素子たちを組み合わせることで PhC は様々なデバイスになる。